Appunti di Fondamenti di Comunicazioni e Internet

Canale 2 · Reti · Prof. Marco Polverini

Capitolo 7: Accesso multiplo al mezzo: protocolli MAC

Autore: Tommaso C.

Appunti tratti dalle lezioni in aula e dal materiale del corso

---

Argomenti: Mezzo broadcast e collisioni · Protocollo ideale · Classificazione: TDMA, FDMA, token, accesso casuale
Prodotto banda-ritardo e cattura del canale · Efficienza massima · Ritardo e carico
ALOHA: vulnerabilità, portata utile $S = Ge^{-2G}$ · Slotted ALOHA: $S = Ge^{-G}$
CSMA e persistenza · CSMA/CD, durata minima di trasmissione · Ethernet · Confronto

Indice

1 Mezzo broadcast e collisioni **1**

2 Il protocollo ideale e la classificazione **2**

2.1 Le proprietà di un protocollo ideale 2

2.2 Tre classi di protocolli 2

2.3 Suddivisione statica: TDMA e FDMA 3

2.4 Accesso controllato: il token 4

2.5 Accesso casuale 4

3 Prodotto banda-ritardo e cattura del canale **5**

3.1 Il tempo di cattura 5

3.2 Ritardo e carico 7

4 ALOHA **8**

4.1 Intervallo di vulnerabilità 9

4.2 Portata utile 9

5 Slotted ALOHA **11**

5.1 Efficienza dello slotted ALOHA 12

6 CSMA: ascoltare prima di trasmettere **14**

6.1 Algoritmi di persistenza 15

6.2 Prestazioni 15

7 CSMA/CD: rivelare le collisioni **16**

7.1 Durata minima di trasmissione 16

7.2 Ethernet 18

7.3 Confronto fra i protocolli ad accesso casuale 18

8 Esercizi **20**

9 Soluzioni **22**

1 Mezzo broadcast e collisioni

Nei capitoli precedenti il collegamento era punto-punto: un trasmettitore e un ricevitore ai due capi di un canale dedicato. Molte reti, però, condividono un solo mezzo fra molte stazioni.

Definizione – Collegamento punto-punto e broadcast

Un **collegamento punto-punto** unisce due soli nodi, uno per estremo. Un **collegamento broadcast** è un mezzo condiviso fra più nodi: ciò che un nodo trasmette raggiunge tutti gli altri. Sono broadcast, per esempio, un bus Ethernet tradizionale, il canale radio di una LAN wireless, un collegamento via satellite.

Anche una stanza in cui parlano più persone è un mezzo broadcast: chi parla è sentito da tutti, e se due persone parlano insieme nessuno capisce nessuna delle due.

Definizione – Collisione

Si ha una **collisione** quando due o più nodi trasmettono contemporaneamente sullo stesso mezzo broadcast. I segnali si sovrappongono e ogni ricevitore riceve la loro somma: nessuna delle frame coinvolte si può ricevere correttamente.

Una collisione non si recupera con i codici del Capitolo 05: il segnale ricevuto non è una frame con qualche bit sbagliato, ma la sovrapposizione di due frame diverse. Le frame coinvolte sono perse e vanno ritrasmesse.

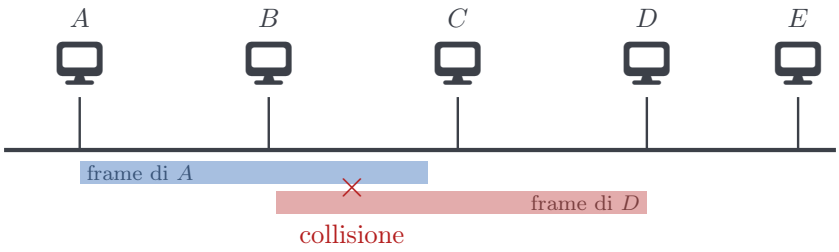


Figura 1: Un mezzo broadcast (bus) condiviso da cinque nodi. Se A e D trasmettono insieme, i segnali si sovrappongono e nessuna delle due frame arriva corretta.

Definizione – Protocollo di accesso multiplo (MAC)

Un **protocollo di accesso multiplo**, o protocollo **MAC** (*Medium Access Control*), stabilisce come i nodi condividono un mezzo broadcast: chi può trasmettere, quando, e che cosa fare dopo una collisione.

La difficoltà sta nel fatto che **non esiste un canale separato** per coordinarsi: qualunque informazione che serve ai nodi per accordarsi viaggia sullo stesso mezzo che devono condividere, e quindi ne consuma una parte.

2 Il protocollo ideale e la classificazione

2.1 Le proprietà di un protocollo ideale

Definizione – Protocollo MAC ideale

Su un mezzo broadcast di capacità R bit/s, un protocollo MAC ideale ha queste proprietà:

1. quando un solo nodo ha dati da trasmettere, quel nodo trasmette a velocità R;
2. quando M nodi hanno dati da trasmettere, ciascuno trasmette in media a velocità R/M;
3. è **decentralizzato**: nessun nodo fa da *master* per coordinare gli altri e non serve sincronizzare gli orologi o gli intervalli di tempo dei nodi;
4. è **semplice**, quindi economico da realizzare.

Esempio – Dieci nodi su un mezzo da 1 Gbit/s

Con $R = 1$ Gbit/s, un nodo che trasmette da solo deve poter usare tutto il gigabit al secondo. Se i nodi attivi sono $M = 10$, ciascuno dovrebbe ottenere in media $R/M = 100$ Mbit/s. Un protocollo che desse comunque 100 Mbit/s a ogni nodo, anche quando trasmette uno solo, lascerebbe inutilizzati 900 Mbit/s.

Un master risolve il coordinamento, come chi in una riunione dà la parola a chi alza la mano, ma è un punto singolo di guasto e richiede scambi di controllo. Le reti cellulari hanno un master, la stazione radio base; Ethernet non ne ha.

2.2 Tre classi di protocolli

Definizione – Classi di protocolli MAC

- **Suddivisione del canale** (allocazione **statica**): il canale si divide in parti fisse (intervalli di tempo, bande di frequenza, codici) e ogni nodo ne riceve una in uso esclusivo.
- **Accesso controllato** (allocazione dinamica): i nodi si alternano secondo un ordine, così che trasmetta un nodo alla volta.
- **Accesso casuale** (allocazione dinamica): un nodo con dati trasmette a piena velocità R; le collisioni sono possibili, e il protocollo dice come rivelarle e come ritrasmettere.

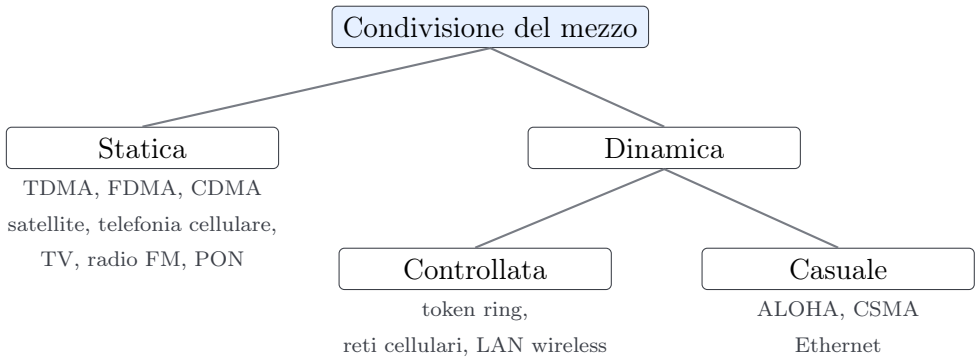


Figura 2: Le tecniche di condivisione del mezzo, con esempi di reti che le usano.

2.3 Suddivisione statica: TDMA e FDMA

Definizione – TDMA e FDMA

Nel **TDMA** (*Time Division Multiple Access*) il tempo è diviso in **trame** ripetute, e ogni trama in tanti intervalli (*slot*) quanti sono i nodi: il nodo i trasmette solo nel proprio slot. Nel **FDMA** (*Frequency Division Multiple Access*) la banda del canale è divisa in sotto-bande, e ogni nodo trasmette sempre, ma solo nella propria.

Il TDMA è la multiplazione a divisione di tempo del Capitolo 01 applicata a nodi diversi. L'FDMA ricorda un'orchestra: gli strumenti suonano insieme, ciascuno nel proprio registro, e l'orecchio li distingue.

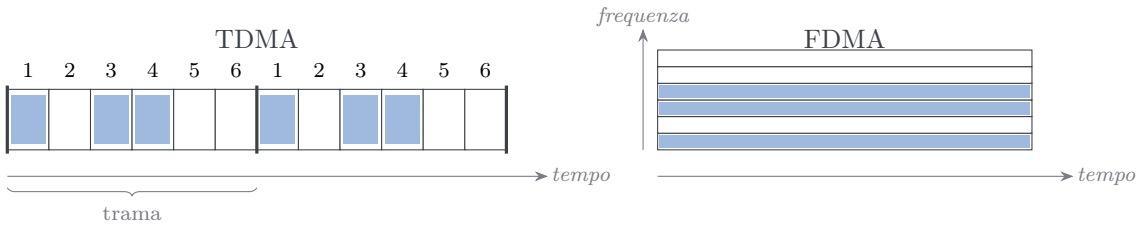


Figura 3: TDMA con trame di 6 slot e FDMA con 6 bande: solo i nodi 1, 3 e 4 hanno dati, e le parti in bianco restano inutilizzate.

La suddivisione statica non ha collisioni ed è equa: con tutti i nodi attivi, ognuno ha R/N. Viola però la prima proprietà del protocollo ideale. Se trasmette un solo nodo, quello usa ancora solo R/N, e le parti assegnate ai nodi inattivi restano vuote (Figura 3). Il TDMA, inoltre, richiede che i nodi siano sincronizzati sull'inizio degli slot; l'FDMA no.

2.4 Accesso controllato: il token

Definizione – Token passing

Nel **token passing** i nodi formano un anello logico. Un messaggio di controllo speciale, il **token**, passa da un nodo al successivo. Solo il nodo che possiede il token può trasmettere; quando ha finito, o quando scade il tempo massimo di possesso, lo passa al nodo successivo.

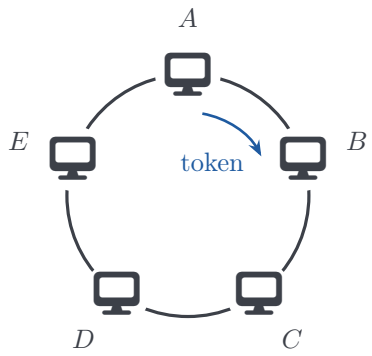


Figura 4: Token ring: il token gira nell'anello; qui passa da A a B, che ora può trasmettere.

Il token evita le collisioni e non richiede un master, ma ha costi propri:

- il token va **gestito**: non deve andare perso (nessuno trasmetterebbe più) né duplicarsi (due nodi trasmetterebbero insieme), e una stazione guasta o malevola può trattenerlo;
- il passaggio del token costa, a ogni salto, un tempo di trasmissione e uno di propagazione. In una LAN, con distanze brevi, è poco; in una rete metropolitana pesa molto, perché un nodo attende il giro completo del token anche se gli altri non hanno nulla da trasmettere;
- senza un limite al tempo di possesso, il nodo con il messaggio più lungo occupa il mezzo più a lungo degli altri.

2.5 Accesso casuale

Definizione – Protocollo ad accesso casuale

In un protocollo ad **accesso casuale** un nodo che ha una frame la trasmette a piena velocità R, senza coordinarsi prima con gli altri. Se due o più nodi trasmettono insieme si ha una collisione. Il protocollo specifica:

- come si **rivela** una collisione;
- come si **recupera**, cioè quando ritrasmettere le frame coinvolte.

L'accesso casuale non evita le collisioni: le gestisce. Funziona bene a **basso carico**: un nodo che trasmette da solo usa tutto R, come vuole la prima proprietà del protocollo ideale. Con molti nodi attivi le collisioni crescono e la capacità utile cala. I protocolli di questo capitolo, ALOHA, slotted ALOHA e la famiglia CSMA, sono ad accesso casuale; lo slotted ALOHA si usa ancora in reti di sensori a basso consumo, il CSMA/CD in Ethernet.

3 Prodotto banda-ritardo e cattura del canale

Definizione – Prodotto banda-ritardo

Su un canale di capacità R bit/s, con ritardo di propagazione da un estremo all'altro t_{prop} secondi, il **prodotto banda-ritardo** è

$$\text{PBR} = R\,t_{prop} \quad \text{bit.}$$

È il numero di bit che si trovano contemporaneamente sul canale, detto anche **lunghezza elettrica** del canale. Con distanza d e velocità di propagazione ν vale $t_{prop} = d/\nu$.

Il prodotto banda-ritardo è già comparso nel Capitolo 06, per l'efficienza dello stop and wait. Qui è il parametro chiave dei protocolli MAC: coordinarsi costa banda, in modo esplicito o implicito, e la difficoltà del coordinamento cresce con il prodotto banda-ritardo.

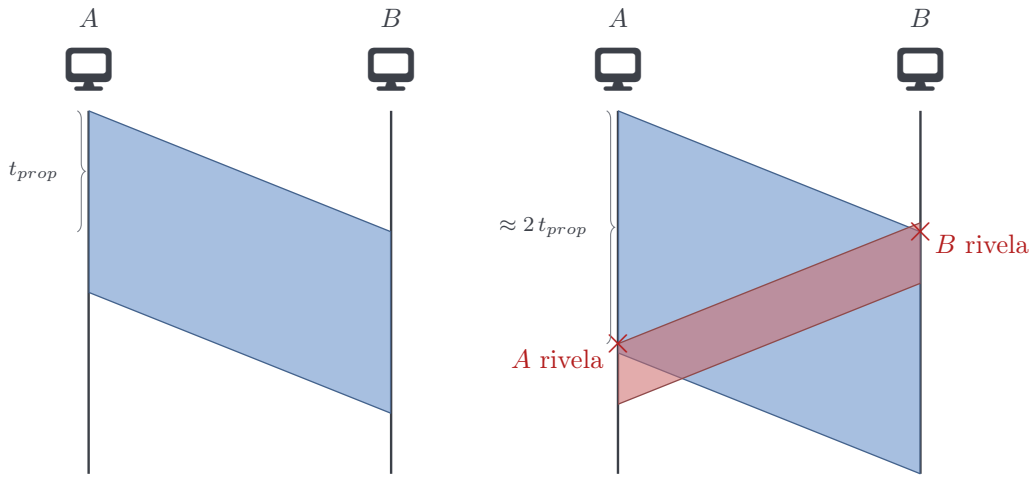
3.1 Il tempo di cattura

Si considerino due nodi A e B a distanza d, sullo stesso mezzo, e sia A a trasmettere all'istante $t = 0$. Il primo bit di A arriva a B all'istante t_{prop}.

- **Caso 1.** B non trasmette prima di t_{prop}. Da quel momento B sente il mezzo occupato e non trasmette: A ha **catturato** il canale.
- **Caso 2.** B trasmette appena prima di t_{prop}, perché sente ancora il mezzo libero. B rivela la collisione subito dopo, quando gli arriva il segnale di A. Il segnale di B impiega a sua volta t_{prop} per arrivare ad A: nel caso peggiore A rivela la collisione all'istante $2\,t_{prop}$.

Definizione – Intervallo di vulnerabilità

L'**intervallo di vulnerabilità** di una frame è l'intervallo di tempo durante il quale l'inizio di un'altra trasmissione provoca una collisione con essa. Nell'esempio con due nodi, la frame di A è vulnerabile per $2\,t_{prop}$: solo dopo $2\,t_{prop}$, nel caso peggiore, A sa di avere catturato il canale.



Caso 1: A cattura il canale — Caso 2: collisione

Figura 5: Due nodi a distanza d, tempo verso il basso. Se B inizia a trasmettere appena prima di ricevere il primo bit di A, la collisione si rivela in B dopo t_{prop} e in A dopo circa $2\,t_{prop}$.

Proposizione – Efficienza massima di un protocollo MAC

Sia $X = L/R$ il tempo di trasmissione di una frame di L bit, e sia

$$a = \frac{t_{prop}}{X} = \frac{R\,t_{prop}}{L} = \frac{\mathrm{PBR}}{L}$$

il **prodotto banda-ritardo normalizzato**. Se ogni frame richiede, oltre al proprio tempo di trasmissione, un tempo $2\,t_{prop}$ per catturare il canale, la frazione di tempo usata per trasmettere dati utili è al più

$$\rho_{max} = \frac{L}{L + 2\,t_{prop}R} = \frac{1}{1+2a},$$

e la capacità effettiva del mezzo è $R_{eff} = \rho_{max}R = R/(1+2a)$.

Dimostrazione

Ogni frame occupa il mezzo per il tempo di trasmissione $X = L/R$, più il tempo $2\,t_{prop}$ in cui il trasmettitore non sa ancora se ha catturato il canale. In un tempo $X + 2\,t_{prop}$ si trasferiscono quindi al più L bit utili, e la velocità massima è

$$R_{eff} = \frac{L}{L/R + 2\,t_{prop}} = \frac{R}{1 + 2\,t_{prop}R/L} = \frac{R}{1+2a}.$$

Dividendo per R, $\rho_{max} = 1/(1+2a)$; moltiplicando numeratore e denominatore della prima forma per R si ottiene $L/(L + 2\,t_{prop}R)$. □

Il prodotto banda-ritardo normalizzato confronta il ritardo di propagazione con il tempo di trasmissione di una frame. Se $a \ll 1$, la frame è molto più lunga del tempo per catturare

il canale e $\rho_{max} \approx 1$. Se a è vicino a 1 o maggiore, il tempo di cattura domina e l'efficienza crolla: questo limite vale per qualunque protocollo MAC, prima ancora di stabilire le sue regole.

Si può pensare al canale come a un tubo: più è lungo, e più acqua contiene prima che il primo litro arrivi all'altra estremità. Un nodo, prima di sapere se il tubo è libero, deve attendere che il proprio segnale lo percorra e che l'eventuale risposta torni indietro.

Esempio – Valori tipici del prodotto banda-ritardo

Con velocità di propagazione $\nu = 2 \cdot 10^8$ m/s, il prodotto banda-ritardo in bit vale:

Distanza	10 Mbit/s	100 Mbit/s	1 Gbit/s	Tipo di rete
1 m	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-1}$	5	Desk area network (DAN)
100 m	5	$5 \cdot 10^{1}$	$5 \cdot 10^{2}$	Local area network (LAN)
10 km	$5 \cdot 10^{2}$	$5 \cdot 10^{3}$	$\mathbf{5 \cdot 10^{4}}$	Metropolitan area network (MAN)
1000 km	$\mathbf{5 \cdot 10^{4}}$	$\mathbf{5 \cdot 10^{5}}$	$\mathbf{5 \cdot 10^{6}}$	Wide area network (WAN)
100 000 km	$\mathbf{5 \cdot 10^{6}}$	$\mathbf{5 \cdot 10^{7}}$	$\mathbf{5 \cdot 10^{8}}$	Global area network

La frame Ethernet più lunga ha 1500 byte, cioè $L = 12\,000 = 1{,}2 \cdot 10^4$ bit. In grassetto i casi con PBR $> L$, cioè $a > 1$: il canale contiene più bit di un'intera frame. Per esempio, a 1 Gbit/s:

- LAN di 100 m: $a = 500/12\,000 \approx 0{,}042$ e $\rho_{max} = 1/(1 + 0{,}083) \approx 0{,}92$;
- MAN di 10 km: $a = 50\,000/12\,000 \approx 4{,}17$ e $\rho_{max} = 1/(1 + 8{,}33) \approx 0{,}11$.

Lo stesso protocollo che usa il 92% del mezzo in una LAN ne usa l'11% su 10 km.

Nota

Se il prodotto banda-ritardo aumenta, l'efficienza di un protocollo MAC diminuisce. Per questo i protocolli ad accesso casuale si usano nelle reti locali, dove a è piccolo.

3.2 Ritardo e carico

Definizione – Carico e ritardo di trasferimento

Il **carico** ρ è la frazione della capacità R che i nodi chiedono di usare. Il **ritardo medio di trasferimento** $E[T]$ è il tempo medio fra l'arrivo di una frame al nodo e la fine della sua trasmissione; si misura in unità del tempo di trasmissione X.

A basso carico il ritardo è uguale al tempo di trasmissione, $E[T]/X \approx 1$: un nodo trova quasi sempre il mezzo libero. Al crescere del carico il ritardo cresce, per le attese dovute

all'accesso al canale, e diverge quando il carico si avvicina al carico massimo ρ_{max}, che è minore di 1. Un a più grande abbassa ρ_{max}: con $a' > a$ si ha $\rho'_{max} < \rho_{max}$.

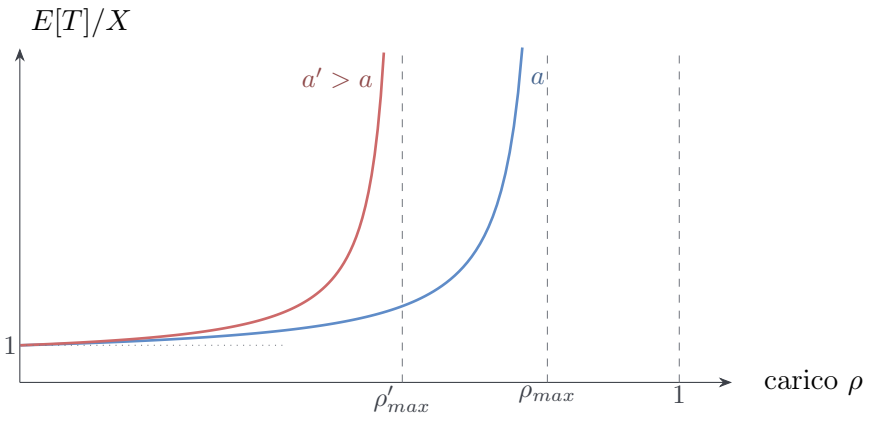


Figura 6: Andamento qualitativo del ritardo medio in funzione del carico: parte da 1 e diverge al carico massimo, più basso quando il prodotto banda-ritardo normalizzato cresce.

4 ALOHA

L'ALOHA è il primo protocollo ad accesso casuale, nato all'Università delle Hawaii per collegare via radio terminali sparsi su più isole. Le sue regole sono le più semplici possibili.

Definizione – ALOHA

1. Un nodo con una frame pronta la trasmette **subito**, senza ascoltare il mezzo.
2. Se la frame collide con un'altra, è persa. Il trasmettitore se ne accorge perché non riceve l'ACK entro il timeout.
3. Allo scadere del timeout il nodo sceglie a caso un **tempo di backoff** B, attende B e ritrasmette la frame.

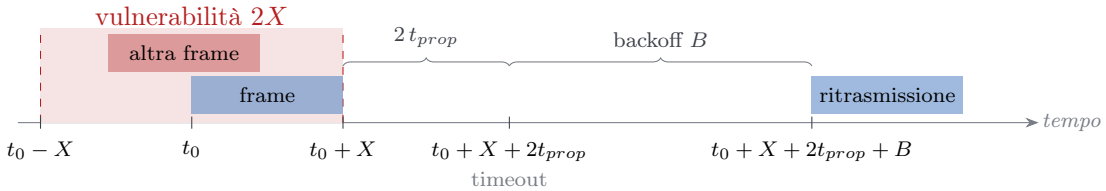


Figura 7: ALOHA: la frame trasmessa in t_0 collide con ogni frame iniziata fra $t_0 - X$ e $t_0 + X$. Senza ACK entro $t_0 + X + 2\,t_{prop}$, il nodo attende un backoff casuale B e ritrasmette.

Il backoff deve essere **casuale**: se i due nodi che hanno colliso aspettassero lo stesso tempo, ritrasmetterebbero insieme e collidebbero di nuovo. Di solito l'intervallo da cui

si estrae B cresce con il numero di collisioni subite dalla frame (**backoff esponenziale**): per esempio, dopo la m-esima collisione B si sceglie fra $0, T, 2T, \ldots, (2^m - 1)\,T$, con T un'unità di tempo fissata. Più collisioni indicano più nodi in contesa, e un intervallo più largo li disperde: due nodi difficilmente scelgono valori vicini. Il prezzo è l'attesa, che con un intervallo largo può essere lunga.

L'ALOHA rispetta tre proprietà del protocollo ideale: è semplicissimo, non ha master, non richiede sincronizzazione, e un nodo da solo trasmette a velocità R. Resta da capire quanto rende con molti nodi, che ritrasmettono e a cui se ne aggiungono di nuovi.

4.1 Intervallo di vulnerabilità

Nell'analisi si trascura il ritardo di propagazione e si suppone che tutte le frame abbiano lo stesso tempo di trasmissione $X = L/R$. Una frame trasmessa all'istante t_0 occupa il mezzo da t_0 a $t_0 + X$. Collide con ogni altra frame iniziata

- fra $t_0 - X$ e t_0: quella frame è ancora in corso quando inizia la nostra;
- fra t_0 e $t_0 + X$: inizia mentre la nostra è in corso.

L'intervallo di vulnerabilità dell'ALOHA è quindi $2X$ (Figura 7).

4.2 Portata utile

Definizione – Portata utile e traffico offerto

Sia X il tempo di trasmissione di una frame.

- La **portata utile normalizzata** S è il numero medio di frame trasmesse **con successo** in un tempo X; vale $0 < S < 1$, e SR è la velocità utile in bit/s.
- Il **traffico offerto** G è il numero medio di **tentativi** di trasmissione in un tempo X, contando sia le frame nuove sia le ritrasmissioni; G può superare 1.
- P_{succ} è la probabilità che un tentativo abbia successo.

Ogni tentativo riesce con probabilità P_{succ}, quindi

$$S = G\,P_{succ}.$$

Proposizione – Probabilità di successo nell'ALOHA

Se i tentativi di trasmissione sono indipendenti e il traffico offerto è G, la probabilità che un tentativo dell'ALOHA abbia successo è

$$P_{succ} = e^{-2G}.$$

Dimostrazione

Si divide il tempo in intervalli piccoli di durata $\Delta = X/n$. In ciascun intervallo inizia un tentativo con probabilità p, indipendentemente dagli altri intervalli, e n è tanto grande che in un intervallo ne inizia al più uno. In un tempo X ci sono n intervalli, quindi il numero medio di tentativi in X è

$$G = n\,p, \qquad p = \frac{G}{n}.$$

Un tentativo riesce se nessun altro inizia nel suo intervallo di vulnerabilità $2X$, che contiene $2n$ intervalli:

$$P_{succ} = P\{\text{nessun tentativo in } 2X\} = (1-p)^{2n} = \left(1 - \frac{G}{n}\right)^{2n}.$$

Il tempo, in realtà, è continuo: si fa tendere $n \to \infty$, cioè $\Delta \to 0$. Con il limite notevole $\lim_{n\to\infty}(1 + x/n)^n = e^x$,

$$\lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{G}{n}\right)^{2n} = \left[\lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{G}{n}\right)^{n}\right]^2 = \left(e^{-G}\right)^2 = e^{-2G}.$$

□

Proposizione – Portata utile dell'ALOHA

$$S = G\,e^{-2G}.$$

Il massimo si ha per $G^* = 1/2$ e vale

$$S_{max} = \frac{1}{2e} \approx 0{,}184.$$

Dimostrazione

$S = GP_{succ} = Ge^{-2G}$ per la proposizione precedente. Derivando,

$$\frac{dS}{dG} = e^{-2G} - 2G\,e^{-2G} = (1 - 2G)\,e^{-2G}.$$

Poiché $e^{-2G} > 0$, la derivata è positiva per $G < 1/2$, nulla in $G = 1/2$ e negativa dopo: $G^* = 1/2$ è il massimo, e $S_{max} = \frac{1}{2}e^{-1} = 1/(2e)$. □

Nel caso migliore, quindi, l'ALOHA usa poco più del 18% del mezzo: su un canale da 1 Gbit/s la velocità utile massima è circa 184 Mbit/s, e il resto va perso in collisioni o resta inutilizzato.

Il grafico di $S(G)$ (Figura 9, curva rossa) ha due parti:

- per G piccolo, $e^{-2G} \approx 1$ e $S \approx G$: quasi tutti i tentativi riescono;

- per G grande, il fattore e^{-2G} prevale e $S \to 0$: quasi tutti i tentativi collidono.

Il comportamento è **bimodale**: ogni valore di S minore di S_{max} si ottiene con due valori di G, uno a sinistra e uno a destra di $G^* = 1/2$. Il punto a destra è **instabile**. Se il traffico supera G^*, aumentano le collisioni; le collisioni generano ritrasmissioni, che aumentano ancora G, e la portata utile scende verso zero.

Nonostante il rendimento basso, l'ALOHA si usa ancora dove contano il costo e il consumo, come nelle reti di sensori: un nodo non deve ascoltare il mezzo né sincronizzarsi, e può restare spento finché non ha qualcosa da trasmettere. Come si seguono collisioni e ritrasmissioni di più stazioni si vede nell'Esercizio 1.

5 Slotted ALOHA

Lo slotted ALOHA riduce l'intervallo di vulnerabilità imponendo che le trasmissioni inizino solo in istanti prefissati.

Definizione – Slotted ALOHA

Ipotesi:

- tutte le frame hanno la stessa dimensione;
- il tempo è diviso in **slot** di durata pari al tempo di trasmissione di una frame;
- i nodi sono sincronizzati e iniziano a trasmettere solo all'inizio di uno slot;
- se in uno slot trasmettono due o più nodi, tutti i nodi rivelano la collisione prima della fine dello slot.

Funzionamento:

- un nodo con una frame nuova attende l'inizio dello slot successivo e la trasmette;
- se non c'è collisione, il nodo può trasmettere una nuova frame nello slot dopo;
- se c'è collisione, il nodo ritrasmette la frame in ciascuno degli slot successivi con probabilità p, finché non riesce.

Nella pratica lo slot si dimensiona sulla frame più lunga, eventualmente con un margine per il ritardo di propagazione. Ritrasmettere con probabilità p in ogni slot equivale ad attendere un numero casuale di slot, come il backoff dell'ALOHA.

Due frame collidono solo se iniziano nello **stesso slot**: una frame iniziata nello slot precedente è già finita, una iniziata in quello successivo non è ancora partita. L'intervallo di vulnerabilità scende da $2X$ a X.

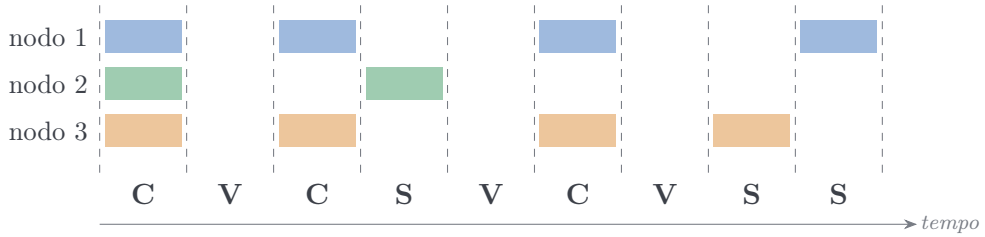


Figura 8: Slotted ALOHA con tre nodi. In ogni slot il mezzo ha una collisione (C), è vuoto (V) o porta una frame con successo (S): qui 3 slot utili su 9.

Vantaggi e svantaggi. Un nodo da solo trasmette continuamente a velocità R; il protocollo resta decentralizzato e semplice. Restano però:

- le **collisioni**, che sprecano interi slot;
- gli slot **vuoti**, che possono restare tali anche se ci sono frame in attesa;
- la **sincronizzazione** dei nodi sull'inizio degli slot, che l'ALOHA non richiede.

5.1 Efficienza dello slotted ALOHA

Definizione – Efficienza

L'**efficienza** dello slotted ALOHA è la frazione di slot con successo, a lungo termine, quando molti nodi hanno sempre frame da trasmettere.

Proposizione – Efficienza massima dello slotted ALOHA

Si considerino N nodi, ciascuno sempre con una frame da trasmettere, che trasmettono in ogni slot con probabilità p, in modo indipendente. La probabilità che uno slot abbia successo è

$$E(p) = Np(1-p)^{N-1},$$

massima per $p^* = 1/N$, con

$$E(p^*) = \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-1} \xrightarrow[N\to\infty]{} \frac{1}{e} \approx 0{,}368.$$

Dimostrazione

Un nodo dato ha successo se trasmette (probabilità p) e gli altri $N-1$ no (probabilità $(1-p)^{N-1}$): $p(1-p)^{N-1}$. I N eventi «ha successo il nodo i» sono disgiunti, perché in uno slot ne riesce al più uno, quindi la probabilità che un nodo qualsiasi abbia successo è la somma, $E(p) = Np(1-p)^{N-1}$.

Derivando rispetto a p:

$$E'(p) = N(1-p)^{N-2}\big[(1-p) - (N-1)p\big] = N(1-p)^{N-2}(1-Np).$$

Per $0 < p < 1$ il fattore $N(1-p)^{N-2}$ è positivo, quindi $E'(p) > 0$ per $p < 1/N$ e $E'(p) < 0$ per $p > 1/N$: il massimo è in $p^* = 1/N$, dove

$$E(p^*) = N \cdot \frac{1}{N}\left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-1} = \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-1}.$$

Per $N \to \infty$, $\left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-1} = \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N} / \left(1 - \frac{1}{N}\right) \to e^{-1}/1 = 1/e$. □

Esempio – Efficienza massima al crescere dei nodi

N	2	3	5	10	100	∞
$E(p^*) = (1-1/N)^{N-1}$	0,500	0,444	0,410	0,387	0,370	$1/e \approx 0{,}368$

L'efficienza cala con il numero di nodi e tende a circa il 37%: il doppio dell'ALOHA.

Con il traffico offerto $G = Np$, tentativi medi per slot, la stessa probabilità si scrive

$$S = Np(1-p)^{N-1} = G\left(1 - \frac{G}{N}\right)^{N-1} \xrightarrow[N\to\infty]{} G\,e^{-G}.$$

La portata utile è massima per $G^* = 1$, con $S_{max} = 1/e$: in media un tentativo per slot.

Nota

I due limiti hanno significati diversi. Nell'ALOHA $n \to \infty$ rende il tempo continuo: gli intervalli $\Delta = X/n$ diventano infinitesimi. Nello slotted ALOHA il tempo è già diviso in slot, e $N \to \infty$ è il numero di nodi che cresce.

Anche lo slotted ALOHA ha il comportamento bimodale dell'ALOHA: oltre $G^* = 1$ le collisioni crescono e la portata utile cala. Entrambi i protocolli trasmettono senza ascoltare il mezzo; ascoltarlo prima di trasmettere, per sfruttare il tempo di cattura $2\,t_{prop}$, è l'idea dei protocolli della famiglia CSMA. Per il calcolo della portata utile su una sequenza di slot data, si veda l'Esercizio 3.

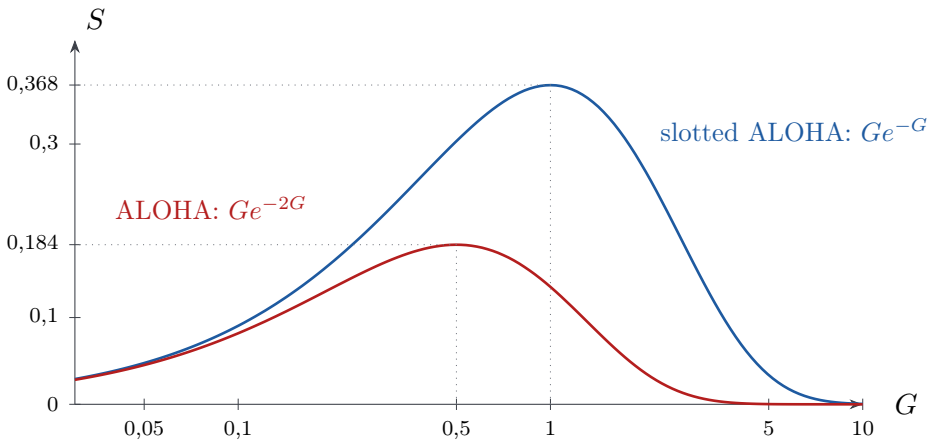


Figura 9: Portata utile in funzione del traffico offerto (asse G logaritmico): il massimo dello slotted ALOHA, $1/e$ in $G = 1$, è il doppio di quello dell'ALOHA, $1/2e$ in $G = 1/2$.

6 CSMA: ascoltare prima di trasmettere

Definizione – CSMA

Nel **CSMA** (*Carrier Sense Multiple Access*, accesso multiplo con ascolto della portante) un nodo ascolta il mezzo prima di trasmettere:

- se il canale è **libero**, trasmette l'intera frame;
- se il canale è **occupato**, attende secondo un algoritmo di **persistenza** (Sezione 6.1).

Una frame che collide è persa per intero e si ritrasmette dopo un backoff casuale, come nell'ALOHA.

È la regola di una conversazione educata: se qualcuno sta parlando, si aspetta che abbia finito.

L'ascolto **non elimina le collisioni**, per il tempo di cattura della Sezione 3. Il segnale di un nodo che ha appena cominciato a trasmettere impiega t_{prop} per arrivare agli altri. Nel frattempo un altro nodo trova il canale libero, trasmette e provoca una collisione (Figura 5, caso 2).

- L'intervallo di vulnerabilità del CSMA è $2\,t_{prop}$, non più $2X$ come nell'ALOHA.
- Ciò che il CSMA impedisce è iniziare a trasmettere su un canale già occupato, cosa che nell'ALOHA succede.
- Se $a > 1$, cioè $t_{prop} > X$, la vulnerabilità $2\,t_{prop}$ supera quella dell'ALOHA e il CSMA non guadagna nulla su ALOHA e slotted ALOHA.

6.1 Algoritmi di persistenza

Definizione – Algoritmi di persistenza

Un algoritmo di persistenza dice che cosa fa un nodo che trova il canale **occupato**.

- **1-persistente**: il nodo continua ad ascoltare e trasmette non appena il canale si libera.
- **Non persistente**: il nodo applica un backoff casuale, poi ascolta di nuovo il canale.
- **p-persistente**: il nodo attende che il canale si liberi; allora trasmette con probabilità p, oppure, con probabilità $1-p$, attende un breve intervallo (*mini-slot*) e ascolta di nuovo.

Persistenza	Ritardo	Efficienza
1-persistente	basso	bassa
non persistente	alto	alta
p-persistente	regolabili con p	

La 1-persistenza è aggressiva. Se due nodi attendono la fine della stessa trasmissione, entrambi trasmettono appena il canale si libera e collidono di sicuro. A basso carico conviene, perché un nodo raramente trova altri in attesa e non perde tempo. La non persistenza disperde i nodi con il backoff, al prezzo di attese inutili quando il carico è basso. La p-persistenza sta in mezzo: con p piccolo è prudente, con $p = 1$ coincide con la 1-persistenza.

6.2 Prestazioni

La portata utile S del CSMA ha, in funzione del traffico offerto G, la stessa forma a campana dell'ALOHA: cresce con G, raggiunge un massimo e cala quando le collisioni prevalgono. Il massimo dipende dal prodotto banda-ritardo normalizzato a:

Massimo di S	$a = 0{,}01$	$a = 0{,}1$	$a = 1$
CSMA 1-persistente	0,53	0,45	0,16
CSMA non persistente	0,81	0,51	0,14

- **Più piccolo è a, meglio funziona il CSMA.** Con $a < 1$ sul canale c'è meno di una frame in viaggio: il primo bit di chi trasmette arriva presto agli altri, e l'ascolto li ferma in tempo.
- **Con a piccolo il CSMA supera ALOHA e slotted ALOHA** (0,184 e 0,368); con $a = 1$ fa peggio anche dell'ALOHA.

- **La non persistenza rende di più ad alto carico.** Oltre il massimo, la 1-persistente crolla rapidamente come era salita; nella non persistente il backoff rende la discesa più lenta.

7 CSMA/CD: rivelare le collisioni

Definizione – CSMA/CD

Nel **CSMA/CD** (*CSMA with Collision Detection*) un nodo ascolta il canale prima di trasmettere, come nel CSMA, e **continua ad ascoltarlo durante la trasmissione**. Se rivela una collisione, interrompe subito la trasmissione e la ripete dopo un backoff casuale.

La regola diventa: ascolta prima di parlare *e mentre parli*. Nel CSMA una collisione tiene occupato il canale per l'intero tempo di trasmissione delle frame coinvolte, che vanno comunque ritrasmesse. Nel CSMA/CD i nodi smettono appena rivelano la collisione: nel caso peggiore dopo $2\,t_{prop}$ (Figura 5), meno del tempo di trasmissione di una frame. Il canale torna libero prima, e l'efficienza cresce.

Nota

La rivelazione della collisione avviene sul **segnale**, non su un messaggio. Un nodo che trasmette e intanto riceve un segnale sul mezzo interpreta la sovrapposizione come collisione: basta un rivelatore a soglia, senza decodificare nulla. Il primo nodo che rivela la collisione trasmette un breve segnale di disturbo, il **jam**, perché tutti i nodi coinvolti se ne accorgano.

7.1 Durata minima di trasmissione

Un nodo riconosce una collisione solo se il segnale alterato gli arriva **mentre sta ancora trasmettendo**. Se arriva dopo, per il nodo è un'altra trasmissione qualsiasi, e la sua frame, persa, non viene ritrasmessa.

Proposizione – Durata minima di trasmissione nel CSMA/CD

Sia d la distanza massima fra due nodi, ν la velocità di propagazione e $t_{prop} = d/\nu$. La rivelazione delle collisioni funziona se il tempo di trasmissione di ogni frame è almeno $2\,t_{prop}$:

$$\frac{L_{min}}{R} \geq 2\,t_{prop} = \frac{2d}{\nu},$$

dove L_{min} è la lunghezza minima di una frame.

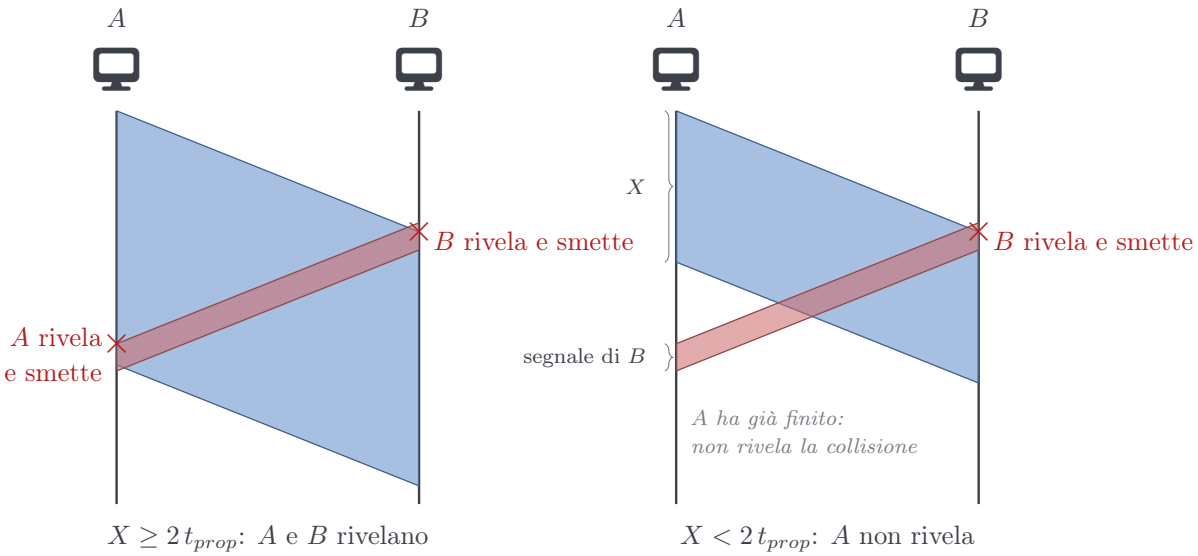


Figura 10: CSMA/CD con B che inizia appena prima di ricevere il primo bit di A. A sinistra la frame di A dura più di $2\,t_{prop}$: entrambi rivelano la collisione e interrompono. A destra la frame è troppo corta: il segnale di B arriva quando A ha smesso di trasmettere, e A non sa che la sua frame è persa.

Dimostrazione

1. A comincia a trasmettere in $t = 0$. Nel caso peggiore B comincia appena prima di t_{prop}, quando il primo bit di A non gli è ancora arrivato.
2. Il segnale di B, sovrapposto a quello di A, impiega t_{prop} per tornare ad A: arriva poco prima di $2\,t_{prop}$.
3. A rivela la collisione solo se in quell'istante trasmette ancora, cioè se la sua frame dura almeno $2\,t_{prop}$. Il caso peggiore vale per la frame più corta, $X_{min} = L_{min}/R$, da cui $L_{min}/R \geq 2d/\nu$.

□

La condizione lega quattro grandezze. Fissati la capacità R e il mezzo, cioè ν, si può leggere in due modi:

$$L_{min} \geq \frac{2\,d\,R}{\nu} \qquad \text{oppure} \qquad d \leq d_{max} = \frac{\nu\,L_{min}}{2R}.$$

Data la distanza, impone una frame minima; data la frame minima, limita l'estensione della rete. Per questo il CSMA/CD è nato per le reti locali. L'Esercizio 4 applica la condizione.

7.2 Ethernet

Definizione – Ethernet originale

Lo standard LAN Ethernet originale usa il **CSMA/CD 1-persistente** con:

- capacità $R = 10\,\text{Mbit/s}$;
- frame minima e **slot** di $512\,\text{bit} = 64\,\text{B}$, che durano $512/10^7 = 51{,}2\,\mu\text{s}$: è il limite superiore di $2\,t_{prop}$;
- distanza massima 2,5 km, con al più 4 ripetitori;
- **backoff esponenziale binario troncato**: dopo l'n-esima collisione di una frame, il nodo attende un numero di slot scelto a caso fra

$$\{0, 1, \ldots, 2^k - 1\}, \qquad k = \min(n, 10).$$

Il backoff è quello esponenziale dell'ALOHA (Sezione 4), con unità di tempo lo slot e intervallo che smette di crescere dopo la decima collisione. Dopo due collisioni, per esempio, il nodo attende 0, 1, 2 o 3 slot.

Esempio – Estensione massima di Ethernet a 10 Mbit/s

Con $L_{min} = 512\,\text{bit}$, $R = 10\,\text{Mbit/s}$ e $\nu = 2 \times 10^8\,\text{m/s}$:

$$d_{max} = \frac{\nu\, L_{min}}{2R} = \frac{2 \cdot 10^8 \cdot 512}{2 \cdot 10^7}\,\text{m} = 5120\,\text{m}.$$

La condizione del CSMA/CD consente quindi al più 5,12 km; lo standard resta sotto, a 2,5 km, con un margine.

7.3 Confronto fra i protocolli ad accesso casuale

Con a piccolo il CSMA/CD ha l'efficienza più alta, perché l'ascolto ferma presto le trasmissioni e la rivelazione accorcia le collisioni. Al crescere di a tutte le varianti del CSMA peggiorano, e per a vicino a 1 le prestazioni migliori sono quelle di ALOHA e slotted ALOHA, che non dipendono dal tempo di cattura.

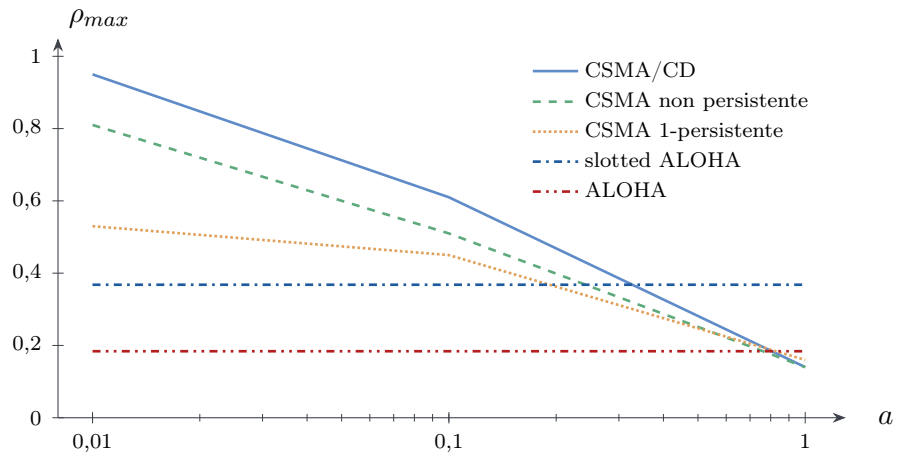


Figura 11: Efficienza massima dei protocolli ad accesso casuale in funzione del prodotto banda-ritardo normalizzato a (asse logaritmico).

Riepilogo

- **Mezzo broadcast e MAC**: due trasmissioni contemporanee collidono; il protocollo MAC decide chi trasmette e come si recupera. Ideale: R a un nodo solo, R/M a M nodi, decentralizzato e semplice.
- **Classi**: suddivisione statica (TDMA, FDMA), accesso controllato (token), accesso casuale (ALOHA, CSMA). La statica spreca le parti dei nodi inattivi.
- **Prodotto banda-ritardo**: PBR $= R\,t_{prop}$, $a = R\,t_{prop}/L$; con cattura in $2\,t_{prop}$, $\rho_{max} = 1/(1+2a)$. Il ritardo medio diverge a $\rho_{max} < 1$.
- **ALOHA**: trasmette subito, backoff casuale; vulnerabilità $2X$, $S = Ge^{-2G}$, massimo $1/2e \approx 18{,}4\%$ in $G = 1/2$.
- **Slotted ALOHA**: vulnerabilità X; $E = Np(1-p)^{N-1}$, massimo in $p^* = 1/N$; $S = Ge^{-G}$, massimo $1/e \approx 36{,}8\%$. Entrambi bimodali e instabili oltre il massimo.
- **CSMA**: ascolta prima di trasmettere; vulnerabilità $2\,t_{prop}$. Persistenza su canale occupato: 1-persistente, non persistente (backoff), p-persistente. Rende bene solo con a piccolo.
- **CSMA/CD**: ascolta anche mentre trasmette e interrompe alla collisione (jam). Serve $L_{min}/R \geq 2\,t_{prop}$, cioè $d \leq \nu L_{min}/(2R)$.
- **Ethernet**: CSMA/CD 1-persistente, 10 Mbit/s, slot di 512 bit, backoff fra 0 e $2^{\min(n,10)} - 1$ slot.

8 Esercizi

Esercizio 1 – Tre stazioni ALOHA

Si considerino tre nodi (stazioni) che comunicano utilizzando il protocollo ALOHA; si supponga che il tempo di propagazione sul mezzo sia nullo. Le caratteristiche del sistema sono:

- velocità di trasmissione: 2,5 Mbit/s;
- lunghezza delle frame: 30 kbit.

La stazione A inizia a trasmettere all'istante $t_A = 410\,\text{ms}$, la B all'istante $t_B = 418\,\text{ms}$, la C all'istante $t_C = 454\,\text{ms}$.

Dopo un'eventuale collisione, le stazioni ritrasmettono X_r millisecondi dopo la fine della trasmissione della frame corrotta, dove X_r è la somma delle cifre dell'istante di inizio trasmissione, moltiplicata per il numero di collisioni consecutive della frame, più il tempo di trasmissione della frame. Per esempio, se l'istante è 315 ms, $X_r = (3 + 1 + 5) \cdot \#\text{collisioni} + X$.

Si chiede di:

a. indicare se ci sono collisioni nel sistema e tra quali nodi;
b. determinare in quale istante riescono a trasmettere le tre stazioni;
c. calcolare il throughput normalizzato misurato dalle tre stazioni, calcolato a partire dagli istanti t_A, t_B e t_C rispettivamente, al termine della trasmissione corretta della relativa frame.

Soluzione a pagina 22 →

Esercizio 2 – Appello del 12/01/2023, Canale 1, Prof.ssa Francesca Cuomo, domanda 5

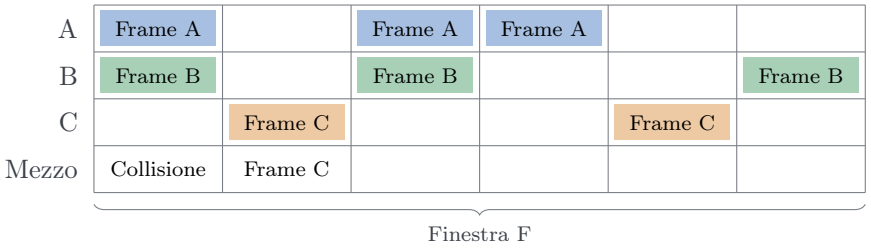
Nel caso si usi una tecnica di accesso multiplo con allocazione dinamica, il protocollo MAC:

a. è necessario per svolgere la funzione di coordinamento nella condivisione dinamica della capacità del mezzo multiaccesso;
b. è un elemento opzionale dell'architettura dei protocolli, utile per migliorare le prestazioni in termini di efficienza di utilizzazione del mezzo multiaccesso;
c. è necessario per proteggere dagli errori le unità di dati trasmesse sul mezzo multiaccesso.

Soluzione a pagina 22 →

Esercizio 3 – Appello del 12/01/2023, Canale 1, Prof.ssa Francesca Cuomo, domanda 13

Si considerino i tre nodi A, B, C, che trasmettono in modalità accesso multiplo slotted ALOHA. Data l'evoluzione temporale delle trasmissioni riportata in figura, completando quello che accade sul mezzo condiviso, qual è la portata utile normalizzata nella finestra temporale F?



a. 1
b. 0,66
c. 0,83

Soluzione a pagina 23 →

Esercizio 4 – Appello del 08/02/2023, Canale 1, Prof.ssa Francesca Cuomo, domanda 8

In una rete CSMA/CD la massima distanza tra due stazioni è di 2000 m. Qual è il minimo tempo di trasmissione di una trama se la velocità di propagazione sul mezzo è di $4 \cdot 10^4$ m/s?

a. 0,1 s
b. 2 s
c. 0,05 s

Soluzione a pagina 23 →

9 Soluzioni

Soluzione dell'Esercizio 1 – Tre stazioni ALOHA

Tempo di trasmissione. $X = L/R = 30 \cdot 10^3/(2{,}5 \cdot 10^6) = 12\,\text{ms}$. Con $t_{prop} = 0$, due frame collidono se i loro intervalli di trasmissione si sovrappongono. Si seguono gli eventi in ordine di tempo; tutti i tempi sono in millisecondi.

1. A trasmette da 410 a 422, B da 418 a 430: **A e B collidono** (prima collisione per entrambe).
2. Ritrasmissioni: $X_r^A = (4{+}1{+}0)\cdot 1{+}12 = 17$, quindi A riparte a $422{+}17 = 439$; $X_r^B = (4+1+8)\cdot 1 + 12 = 25$, quindi B riparte a $430 + 25 = 455$.
3. A trasmette da 439 a 451, prima che inizi C: **A ha successo**.
4. C trasmette da 454 a 466, B da 455 a 467: **B e C collidono** (seconda collisione per B, prima per C).
5. Ritrasmissioni, con le cifre dell'istante di inizio della trasmissione che ha colliso: $X_r^C = (4+5+4)\cdot 1 + 12 = 25$, quindi C riparte a $466 + 25 = 491$; $X_r^B = (4+5+5)\cdot 2 + 12 = 40$, quindi B riparte a $467 + 40 = 507$.
6. C trasmette da 491 a 503, B da 507 a 519: nessuna sovrapposizione, **entrambe hanno successo**.

a. Due collisioni: fra A e B, poi fra B e C.

b. A trasmette con successo da 439 a 451 ms, C da 491 a 503 ms, B da 507 a 519 ms.

c. Ogni stazione consegna una frame di L bit nel tempo che va dal primo tentativo alla fine della trasmissione corretta. Normalizzando la velocità ottenuta a R, il throughput normalizzato è $S_i = X/(t_{fine} - t_i)$:

$$S_A = \frac{12}{451-410} = \frac{12}{41} \approx 0{,}29,$$
$$S_B = \frac{12}{519-418} = \frac{12}{101} \approx 0{,}12,$$
$$S_C = \frac{12}{503-454} = \frac{12}{49} \approx 0{,}24.$$

B, coinvolta in due collisioni, ottiene meno della metà del throughput di A.

← *Torna all'Esercizio 1, pagina 20*

Soluzione dell'Esercizio 2 – Appello del 12/01/2023, Canale 1, Prof.ssa Francesca Cuomo, domanda 5

Con allocazione dinamica (accesso controllato o casuale) nessuna parte del mezzo è assegnata in modo fisso a un nodo. Qualcosa deve allora stabilire chi trasmette e

quando, o come si recupera dopo una collisione: è proprio la funzione del protocollo MAC.

- La b è falsa: senza coordinamento i nodi trasmetterebbero a caso e collidebbero senza regole di recupero; il MAC non è un'aggiunta opzionale.
- La c è falsa: la protezione dagli errori spetta ai codici di rivelazione e correzione (Capitolo 05); una collisione, del resto, non si corregge con un codice.

Risposta: a.

← *Torna all'Esercizio 2, pagina 20*

Soluzione dell'Esercizio 3 – Appello del 12/01/2023, Canale 1, Prof.ssa Francesca Cuomo, domanda 13

Nello slotted ALOHA due frame collidono solo se sono nello stesso slot; una frame da sola nel suo slot ha successo. Si completa la riga del mezzo slot per slot:

Slot	1	2	3	4	5	6
Nodi che trasmettono	A, B	C	A, B	A	C	B
Mezzo	collisione	frame C	collisione	frame A	frame C	frame B

La portata utile normalizzata S è il numero di frame trasmesse con successo per tempo di trasmissione X, cioè per slot. Nella finestra F ci sono 4 slot con successo su 6:

$$S = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0{,}67,$$

che la prova riporta troncato a 0,66. La a, 1, supporrebbe nessuna collisione; la c, $0{,}83 \approx 5/6$, conterebbe una sola collisione. Risposta: b.

← *Torna all'Esercizio 3, pagina 21*

Soluzione dell'Esercizio 4 – Appello del 08/02/2023, Canale 1, Prof.ssa Francesca Cuomo, domanda 8

La trama è la frame. Nel CSMA/CD la frame più corta deve durare almeno $2\,t_{prop}$, il tempo perché il segnale vada all'altra stazione e quello della collisione torni indietro:

$$t_{prop} = \frac{d}{\nu} = \frac{2000}{4 \cdot 10^4}\ \text{s} = 0{,}05\,\text{s}, \qquad X_{min} = 2\,t_{prop} = 0{,}1\,\text{s}.$$

La c, 0,05 s, è il solo ritardo di propagazione: dimentica il ritorno del segnale. Risposta: a.

← *Torna all'Esercizio 4, pagina 21*