

Appunti di Analisi Matematica I

Capitolo 1: Cenni di logica matematica e teoria degli insiemi

Autore: Tommaso C.

Appunti tratti dal materiale del corso e dai testi di riferimento

Argomenti: Naturali · Assioma dell'infinito · Assioma della scelta

Indice

1	Naturali e assioma dell'infinito	1
----------	---	----------

Naturali e assioma dell'infinito

Definizione Successivo

Dato un insieme x , il suo successivo e'

$$x^+ = x \cup \{x\}.$$

La costruzione di von Neumann dei naturali parte da

$$0 = \emptyset, \quad 1 = 0^+ = \{0\}, \quad 2 = 1^+ = \{0, 1\},$$

$$3 = 2^+ = \{0, 1, 2\},$$

e così' via.

Teorema Assioma dell'infinito

Esiste un insieme W tale che

$$\emptyset \in W, \quad x \in W \Rightarrow x^+ \in W.$$

Un insieme con questa proprietà' si dice induttivo.

Teorema Esistenza di $\mathbb{N}$

Esiste il più' piccolo insieme induttivo. Esso si denota con $\mathbb{N}$ e contiene tutti i numeri naturali costruiti iterando l'operazione di successore.

Nota Assioma della scelta

L'assioma della scelta afferma che da ogni famiglia di insiemi non vuoti e a due a due disgiunti si può' scegliere un elemento per ciascun insieme della famiglia. Serve a giustificare scelte simultanee, anche infinite.